

代替案の相対的な特徴分析 － ショケ積分の場合の表現 －

高萩栄一郎

専修大学 商学部

2013 年 3 月 9・10 日
第 23 回ソフトサイエンス・ワークショップ
キャンパスプラザ京都

何がしたいのか？

▶ AHP 等の代替案（数値例 0）

代替案	基準 1	基準 2
代替案 1	0.4	0.1
代替案 2	0.05	0.5
代替案 3	0.3	0.35
代替案 4	0.25	0.05

- ▶ 代替案の相対的な特徴
- ▶ 例：代替案 1 は，基準 1 の重要度のみが高いときに優れた代替案
- ▶ 代替案 2 は，基準 2 の重要度が高いとき，優れた代替案
- ▶ 代替案 3 は， w_1 と w_2 の値がともに高いとき
- ▶ 代替案 4 は，優れた代替案とはなり得ない
（この基準や代替案の枠組みでは）

何がしたいのか？

▶ AHP 等の代替案

代替案	基準 1	基準 2
代替案 1	0.4	0.1
代替案 2	0.05	0.5
代替案 3	0.3	0.35
代替案 4	0.41	0.05

- ▶ 代替案の個別評価値が異なれば，違う特徴
- ▶ 例：赤：0.25 → 0.41
- ▶ × 代替案 1 は，基準 1 の重要度のみが高いときに優れた代替案
 $w_1 = 1, w_2 = 0$ のとき，代替案 4 が 1 位
- ▶ → 代替案 1 は，基準 1 の重要度が高く，基準 2 もやや高いとき，優れた代替案 ($w_1 = 0.8, w_2 = 0.2$ の場合など)
- ▶ 代替案の相対的な関係から求める特徴

集合関数での表現した 各代替案の特徴

AHP 等の代替案

代替案	基準 1	基準 2
代替案 1	0.4	0.1
代替案 2	0.05	0.5
代替案 3	0.3	0.35
代替案 4	0.25 → 0.41	0.05

各代替案の特徴 (左：変更前，右：変更後)

No	出現頻度	{1}	{2}	{1, 2}	出現頻度	{1}	{2}	{1, 2}
1	19.97%	1.77	-0.70	-1.05	10.07%	1.27	-0.70	-0.56
2	30.33%	-0.70	1.34	-0.64	30.10%	-0.70	1.35	-0.64
3	49.70%	-0.28	-0.54	0.81	49.93%	-0.29	-0.53	0.81
4	0.00%	-	-	-	9.90%	2.29	-0.70	-1.57

回数は，1 位になった回数（1 位になりやすさ）

どのように求めるか？(概要) $n = 2$ の場合

(1) 乱数で， k 番目の重み w_1^k, w_2^k を求める

(正規化, $w_1^k + w_2^k = 1$)

例: $w_1^k = 0.8, w_2^k = 0.2$ ($\mathbf{w}^k = (0.8, 0.2)$)

(2) この w^k で，各代替案の総合評価値を求め，もっとも総合評価値が高い代替案を選ぶ．

代替案	基準 1	基準 2	基準 1 $\times w_1^k$	基準 2 $\times w_2^j$	総合評価値	順位
1	0.4	0.1	0.32	0.02	0.34	1
2	0.05	0.5	0.04	0.1	0.14	4
3	0.3	0.35	0.24	0.07	0.31	2
4	0.25	0.05	0.2	0.01	0.21	3

代替案 1 が 1 位, $S_k = \{1\}$ (同点の場合も考えて集合，同点を考えないとき: $s_k = 1$)

代替案 1 は，重みが $w_1^k = 0.8, w_2^k = 0.2$ のとき選ばれる

どのように求めるか？(概要) $n = 2$ の場合

(3) w_1, w_2 を集合関数で表現する (シヨケ積分のような計算) .

- ▶ $w_1 \geq w_2$ の場合 : $E^k(\{1\}) = w_1 - w_2, E^k(\{2\}) = 0, E^k(\{1, 2\}) = \min(w_1, w_2)$
- ▶ $E^k(\{1\})$ は , 1 単独の重要度
- ▶ $E^k(\{1, 2\})$ は , 1, 2 両方の重要度 と解釈
- ▶ 例: $w_1 = 0.8, w_2 = 0.2$
→ $E^k(\{1\}) = 0.6, E^k(\{2\}) = 0, E^k(\{1, 2\}) = 0.2$
- ▶ 平均 0, 標準偏差 1 になるように基準化した $E^k(A)$ の値を使う .

(4) 乱数を K 回発生 ($k = 1, \dots, K$) させ , 1 位になった代替案毎に基準化した値の合計を求め , 1 位になった回数で除し , 平均値を求める .

特徴を表す集合関数 (E^k)

ある重要度 $\mathbf{w}^k = (w_1^k, \dots, w_n^k)$ ($w_i^k \geq 0, \sum w_i^k = 1$) を与えたとき, E^k を

$$E^k(\{\sigma(1), \dots, \sigma(i)\}) = [w_{\sigma(i)}^k - w_{\sigma(i+1)}^k], i = 1, \dots, n$$

とする (シヨケ積分の計算方法と似た計算) . ただし, $\sigma(i)$ は, X 上の置換で, $w_{\sigma(1)}^k \geq \dots \geq w_{\sigma(n)}^k$ かつ $X = \{\sigma(1), \dots, \sigma(n)\}$ で, $\sigma(n+1) = 0$ とする . その他の $E^k(A) = 0$ とする .

シミュレーション (加重和)

1. K 個の $\mathbf{w}$ を一様乱数で作成し, 以下のことを行う.
2. i 番目の乱数で求めた $\mathbf{w}^k$ を使い, 各代替案の総合評価値 y_j^k を求める.
3. 最大の総合評価値の代替案を s_k とする (同点はないと仮定).
4. $\mathbf{w}^k$ から, E^k を求める.
5. s_k 番目の代替案の特徴を表す集合関数の値を累積していく.

$$E_{s_k}^+(A) := E_{s_k}^+(A) + E^k(A), \quad \forall A \in 2^X$$

$$n_{s_k} := n_{s_k} + 1$$

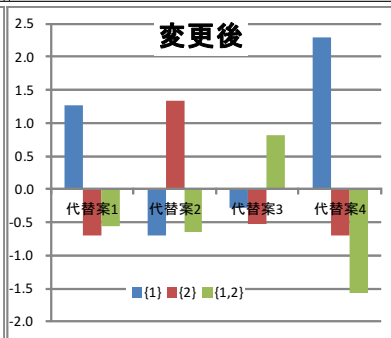
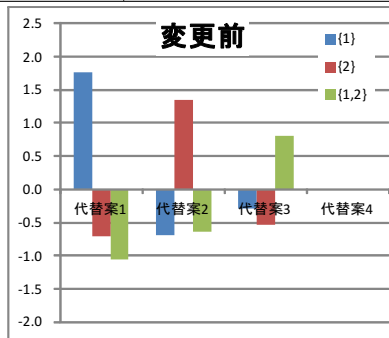
- ▶ $E^M(A)$ を $E^k(A)$, $k = 1, \dots, K$ の平均値
- ▶ $E^{SD}(A)$ を標準偏差とする ($\forall A$).
- ▶ 加重和の場合の特徴を表す集合関数

$$E_j^W(A) = \frac{(E_j^+(A)/n_j) - E^M(A)}{E^{SD}(A)}, \quad \forall A, j$$

シミュレーション結果 数値例 0(加重和) $E_j^W(A)$

数値例 0 (2 基準 , 4 代替案の個別評価値)

代替案	基準 1	基準 2	出現頻度 (変更前)	出現頻度 (変更後)
代替案 1	0.4	0.1	19.97%	10.07%
代替案 2	0.05	0.5	30.33%	30.10%
代替案 3	0.3	0.35	49.70%	49.93%
代替案 4	0.25 → 0.41	0.05	0.00%	9.9%



数値例 I の $E_j^W(A)$

シヨケ積分モデルの場合

- ▶ 基準化された重要度 w^k
→ 正規かつ単調なファジィ測度 μ^k
- ▶ 乱数で重要度を生成
→ 乱数を使ってファジィ測度を生成
(ランダムなファジィ測度：今後の研究課題)
- ▶ ファジィ測度を2つの指標で分析
 - ▶ シャプレイ値：重要度を分析 → $F_j^C(A)$
 - ▶ 加重和モデルの重要度と同様に分析
 - ▶ 平均0 標準偏差1 に基準化
→ 各 j ごとにその平均値を指標とする
 - ▶ メビウス反転値：相互作用を分析 → $M_j^C(A)$
 - ▶ $|A| \geq 2$ の部分を利用
 - ▶ 平均0 標準偏差1 に基準化
→ 各 j ごとにその平均値を指標とする

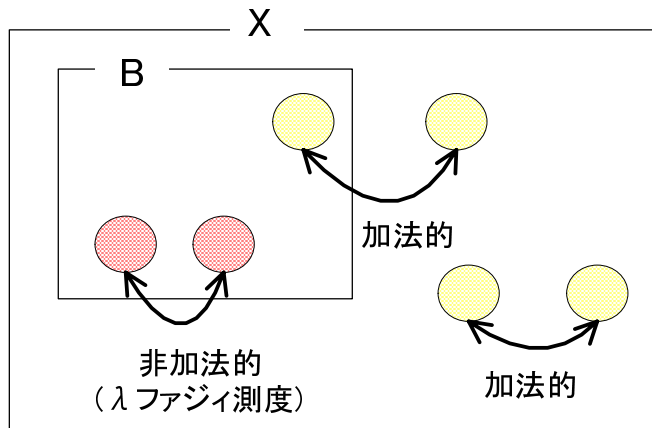
相互作用の特徴分析

- ▶ 乱数を使ってファジィ測度 μ^k を生成 (生成法は後述)
- ▶ メビウス反転値を求める
例: $\Delta^{\mu^k}(\{1, 2\}) = \mu^k(\{1, 2\}) - \mu^k(\{1\}) - \mu^k(\{2\})$
- ▶ $|A| \geq 2$ のみ使う

$$M^k(A) \equiv \begin{cases} 0 & \text{if } |A| \leq 1 \\ \Delta^{\mu^k}(A) & \text{otherwise} \end{cases}$$

- ▶ 例 ($n = 4$): $M^k(\{1, 2\})$, $M^k(\{1, 3\})$, $M^k(\{1, 4\})$, $M^k(\{2, 3\})$,
 $M^k(\{2, 4\})$, $M^k(\{3, 4\})$, $M^k(\{1, 2, 3\})$, $M^k(\{1, 2, 4\})$,
 $M^k(\{1, 3, 4\})$, $M^k(\{2, 3, 4\})$, $M^k(\{1, 2, 3, 4\})$
- ▶ シミュレーションで, ある代替案 j が 1 位になったときの $M^k(A)$ の平均値を相互作用の特徴を表す指標 $M_j^C(A)$ とする (ただし, 平均 0, 標準偏差 1 に基準化された値の平均値)

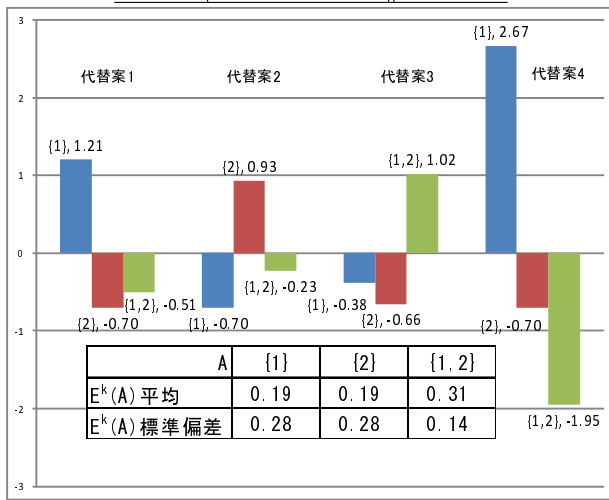
部分的 λ ファジィ測度 (集合 B 内のみ, 非加法的)



- ▶ X の部分集合 B の非加法性がどう影響するのかをみる .
- ▶ 集合 B 内の関係のみ非加法的 (λ ファジィ測度)
- ▶ さまざまな B を非加法的にしてシミュレーション
- ▶ X のすべての部分集合 $B(|B| \geq 2)$ と $B = \emptyset$ (加法的)
- ▶ 例: 各 10000 回

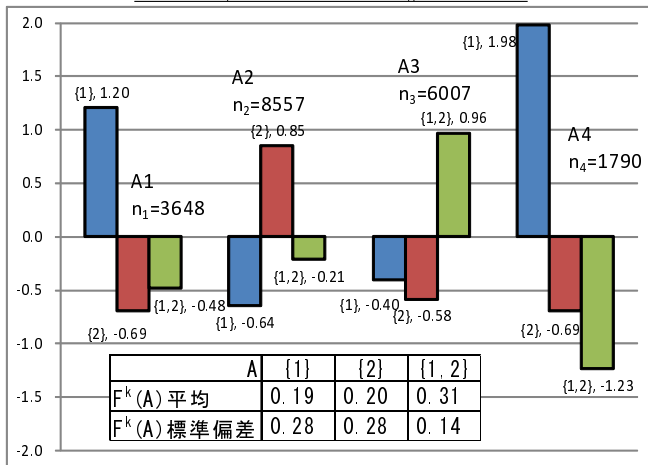
数值例 I(加重和)

代替案	基準 1	基準 2	出現頻度
A1	0.35	0.15	25.48%
A2	0.05	0.50	42.08%
A3	0.24	0.34	28.84%
A4	0.36	0.01	3.61%



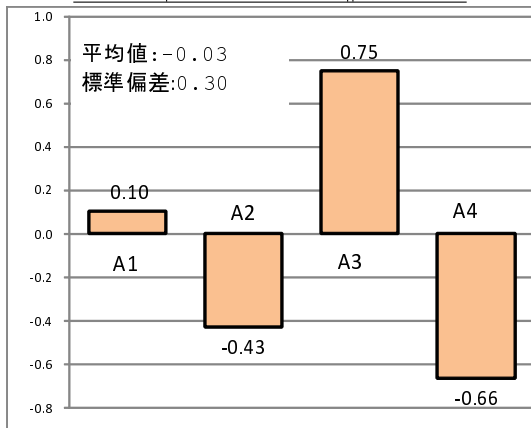
数値例I(シヨケ積分, シャプレイ値)

代替案	基準 1	基準 2	出現頻度
A1	0.35	0.15	18.23%
A2	0.05	0.50	42.79%
A3	0.24	0.34	30.04%
A4	0.36	0.01	8.95%



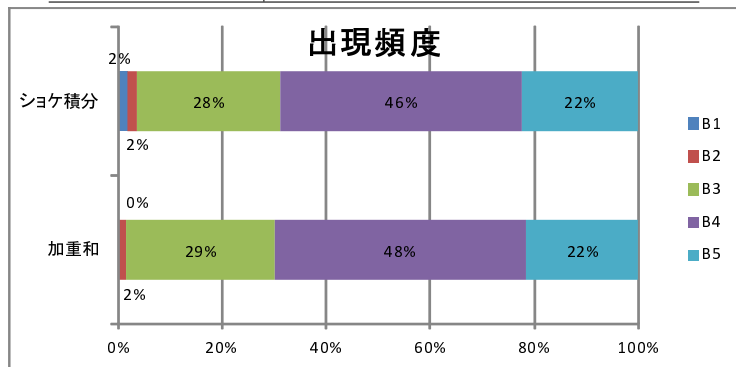
数値例 I(シヨケ積分，相互作用)

代替案	基準 1	基準 2	出現頻度
A1	0.35	0.15	18.23%
A2	0.05	0.50	42.79%
A3	0.24	0.34	30.04%
A4	0.36	0.01	8.95%



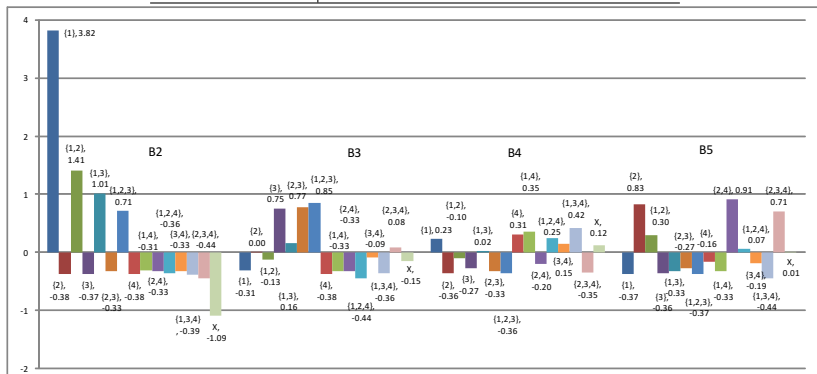
数値例Ⅱ 4 基準 5 代替案

No. (代替案)	基準 1	基準 2	基準 3	基準 4
B1	0.18	0.10	0.20	0.12
B2	0.44	0.01	0.04	0.03
B3	0.01	0.40	0.45	0.05
B4	0.35	0.05	0.11	0.50
B5	0.02	0.44	0.20	0.30



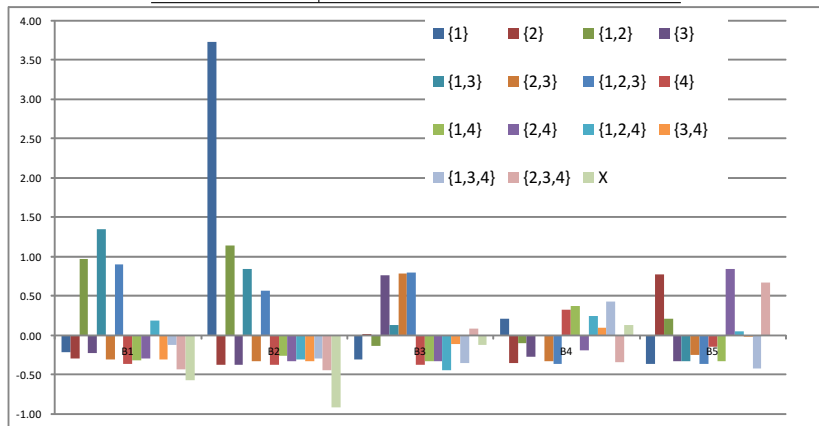
数值例 II (加重和)

No. (代替案)	基準 1	基準 2	基準 3	基準 4
B1	0.18	0.10	0.20	0.12
B2	0.44	0.01	0.04	0.03
B3	0.01	0.40	0.45	0.05
B4	0.35	0.05	0.11	0.50
B5	0.02	0.44	0.20	0.30



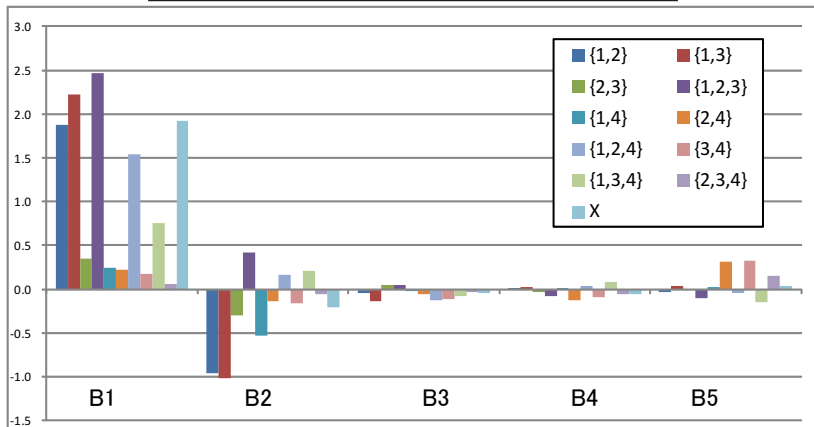
数値例 II(シヨケ積分, シャプレイ値)

No. (代替案)	基準 1	基準 2	基準 3	基準 4
B1	0.18	0.10	0.20	0.12
B2	0.44	0.01	0.04	0.03
B3	0.01	0.40	0.45	0.05
B4	0.35	0.05	0.11	0.50
B5	0.02	0.44	0.20	0.30



数値例 II(シヨケ積分，相互作用)

No. (代替案)	基準 1	基準 2	基準 3	基準 4
B1	0.18	0.10	0.20	0.12
B2	0.44	0.01	0.04	0.03
B3	0.01	0.40	0.45	0.05
B4	0.35	0.05	0.11	0.50
B5	0.02	0.44	0.20	0.30



おわりに

- ▶ 1 位になるとき，すなわち，代替案間の相対的な関係に基づいて，代替案の特徴を集合関数で表現した．
- ▶ ファジィ測度の生成法などは検討の余地がある．
- ▶ 実際に応用例ができないか？
- ▶ WEB を実験的につくってみた
加重和： <http://cgi.isc.senshu-u.ac.jp/~thc0456/cgi-bin/Fana/AFAws.html>
シヨケ積分： <http://cgi.isc.senshu-u.ac.jp/~thc0456/cgi-bin/Fana/AFAfm.html>
(検索 高萩栄一郎 → 最近の更新)