平成17年度　卒業論文

卓球の試合への興味度に関する確率論的分析

大塩恭平

山形大学教育学部

人間環境教育課程　情報教育コース

目 次

表 目 次

図 目 次

第1章　序論

1.1　はじめに

スポーツを観るときの楽しみは何だろうか．いろいろな要因があるだろうが，勝敗の行方がどうなるのだろうという思いからくるところはかなり大きいと言える．

スポーツは実際に自分がやってみるのがおもしろいという意見も当然あるはずだが，オリンピックやサッカーワールドカップなどが代表されるようにテレビでの放映権などを各テレビ局が争奪戦を繰り広げていることを考えれば，世界中の人々がスポーツを観ることに楽しみを覚えているといえる．

スポーツの種類はたくさんあり，それぞれに面白みがあり卓球やテニスを代表とするような試合の際にあるポイント数を先取したほうが勝利する形式を持つスポーツは人々の間で非常に親しまれている．そんな対戦型スポーツの中の卓球というスポーツについて簡単に説明する．

起源は，19 世紀後半にテニスを室内で楽しめるように，考案されたのが有力な説のようだ．そのときは，コルク製やゴム製の玉を使っていた．セルロイド球を使う現在の卓球は1898 年にイギリスのＪ・ギブが始めたと言われている．ピン・ポンと音がするところからピンポンと呼ばれるようになり，日本で正式に卓球が行われるようになったのは，1902 年年で，坪井玄道がイギリスから帰国し紹介してから．それから 20 年以上の後の 1926 年にロンドンに本部をおく国際卓球連盟が創立した．同年，第 1 回世界選手権大会がロンドンで開催され，1988 年オリンピックソウル大会で正式種目となった。ルールとしては，互いに打ち合ってミスをしたら相手に 1 ポイント入ってしまう．11 点で 1 セット取ったことになる．10 対 10 になったらデュースになり，テニスと同じように 2 点リードしたら 1 セット取ったことになる．最終的に先に 3 セット取った方が勝ちとなる．よって，最高 5 セットやる場合がある計算になる．もちろん相手との間に圧倒的な差があれば 3 セットだけで終わる事もある．こっちが 2 本打ったら相手が 2 本打って…の繰り返し．デュースになったら 1 本交代になる．昔から強いサーブを使って勝つ人が多くいたのでたびたびルール変更をしながら今日に至っている．

1.2　目的

そんな卓球の試合を観ているとき，一方のプレーヤーがむやみやたらに強くて必ず試合に勝つのでは観ているほうは面白くなく，たとえば私があの有名な福原愛選手と試合をし

たとして，あるセットを私が取ったとすると，実力差などからして観ている人は予想外のことで驚き，その後の試合展開により一層の興味が湧くのが一般的である．

このことから，観る人にとって予想外の出来事は，試合の行方に対する興味を増加させる。卓球というスポーツを観る際にも，やはり，勝敗の行方が驚きや興味につながるわけで，私は勝敗の行方による卓球を観る際の驚きや興味について確率論で迫ることにした．

1.3　先行研究

竹田 (2004) は，80 年代はじめに単純で強力な交渉モデルが発明された．K. ルービンシュタインの非協力交渉モデルである．ルービンシュタインの解決しようとする問題は，経済理論のなかでも難問とされてきた「パイの分割」の問題で目の前のパイを 2 人がどのように分割するかというゼロサムゲームであり，パレート最適な配分が実現する保証さえない．ルービンシュタインはこの問題を展開式のゲームに仕立てる．

まず，2 人のプレーヤーが順番にパイの分割の提案をすると想定する．プレーヤー A の提案は x パーセントを自分に，残りの $1-x$ パーセントをプレーヤー B に分けるという形をとる．この提案をプレーヤー B は受け入れるか，拒絶する．受け入れれば，それがゲームの解ということになり，ゲームは終了する．拒絶する場合には，プレーヤー B は自分のほうから新たな提案 y をする．この提案 y は，プレーヤー A のとるパーセントであるとし，当然のことながら B の取り分は $1-y$ である．これに対して，今度はプレーヤー A が受け入れるか，拒絶するかの選択をする．拒絶すれば，A が改めて分割比率を提案することになる．以下同じ手続きで，提案と受け入れあるいは拒絶の組みを 1 ラウンドとして，ラウンドを重ねることでゲームは進む．

ゲームがいつまでも終わらない可能性を排除するために，パイを早く食べたいというインセンティブ，つまり時間選好を 2 人に与えておく．A にとってはラウンドが 1 つ進むにつれて a の比率でパイが縮小すると考える．同様に B にも b という割引率を与える．分割するのがパイでなく，アイスであるというわけだ．溶けるのが嫌ならば早く交渉を妥結しなければばならない．a と b が異なれば，アイスは 2 人にとって異なる速さで溶けるが，これは嗜好が異なるものと解釈する．

たとえば，折半する方法は A も B も 50 パーセントを提案し，自分にとってそれより不利な分割は拒絶するという戦略である．これはナッシュ均衡になりうる．ナッシュ均衡とは，ゲームに参加する各プレーヤーが，互いに対して最適な戦略を取り合っているという状況を指し，各プレーヤーが互いに最適な戦略を取り合っているため，これ以上戦略を変更する誘因を持たない安定的な状況とも言える，あらゆる分割比率はナッシュ均衡である．そこで部分ゲーム完全化，つまり信憑性のある脅しだけを考えるというテクニックが必要になる．今度は B の戦略を変えずに A だけ自分に 55 パーセントの提案に変えてみる．B の取り分は 45 パーセントになる．B は拒絶するだろうか．拒絶しても次のラウンドで得になるとは限らない．B がせっかちで b が小さいものとする．$b = 0.6$ と仮定すると，このラウンドで A の提案を蹴っても，つぎのラウンドで期待できる最大値 50 パーセントは，

このラウンドに換算すれば，50 $b = 30$ から 30 パーセントに過ぎない．明らかに割りが悪い．つまり，B の拒絶戦略は信憑性に欠ける．だから，ナッシュ均衡の中で信憑性のある脅し戦略をもったものだけを考えればいいことになる．

このゲームの入れ子構造に注目すると，第 1 ラウンドから始まる潜在的には無限回のラウンドをもつもとのゲームは，ほかの奇数ラウンドから始まる部分ゲームとまったく同じ構造をもっている．これが無限の入れ子になっている．したがって，第 1 ラウンドから始まるもとのゲームで完全均衡があれば，まったく同じ比率の解が第 3 ラウンドから始まる部分ゲームでも存在する．同じことが，B の提案で始まる偶数ラウンドについても言える．第 3 ラウンドから始まる部分ゲームに完全均衡があるなら，時間選好から A も B もその同じ完全均衡を，第 1 ラウンドから始まるもとのゲームで達成したほうがましであることは言うまでもない．

2 人はお互いに相手の割引率を知っており，はったりも見抜ける．だから自分としては，相手がはったりでない本当の脅しをしないぎりぎりの分割比率を提案すればよい．

A が x を提案し，B が y を提案するとして，A は y がぎりぎり ax であれば B の提案 y を受け入れるであろう．同様に，B は自分の取り分 $1-x$ がぎりぎり $b(1-y)$ であれば，A の提案 x を拒絶しないはずだ．だから，$y = ax, 1-x = b(1-y)$ となるはずで，これから x と y を求めることできる．こうすれば，A と B の戦略は互いに整合的である．したがって，この交渉ゲームが A の提案から始まるのならば，第 1 ラウンドで A が x という提案をすると，すぐに B が受け入れてゲームは終了する．A の受け取るのはもちろん x で，B の受け取るのは $1 - x = b(1-a)/(1-ab)$ となる．と言っている．

この，パイの分割方法に関するルービンシュタインの非協力交渉モデルの考えから今回，主に私が参考や起想したことは，

- 対称のモデル化という研究手段
- 入れ子構造のゲームと対戦型スポーツの類似性
- 確率などある条件の下で展開される事象への興味 (後の「興味量」なるものの定義などに通ずる)

である．

第2章　本論

2.1　検証に必要な定義

今、ある事柄が起こる確率を p とする．その事柄が実際に起こったときに感じる驚きや興味を p の関数として

$$F(p)$$

で表すとする．起こるに決まっていることが起きたとき，人は驚かないし興味も湧かない．したがって

$$F(1) = 0$$

と表せる．それとは逆に起こるはずのないことが起きたとき人は大いに驚き興味が湧く．$F(p)$ は大きな値になる．つまり p が限りなく小さくなれば $F(p)$ は無限に大きくなる．よって，$F(p)$ は以下のグラフのような対数関数の一種と見なす．

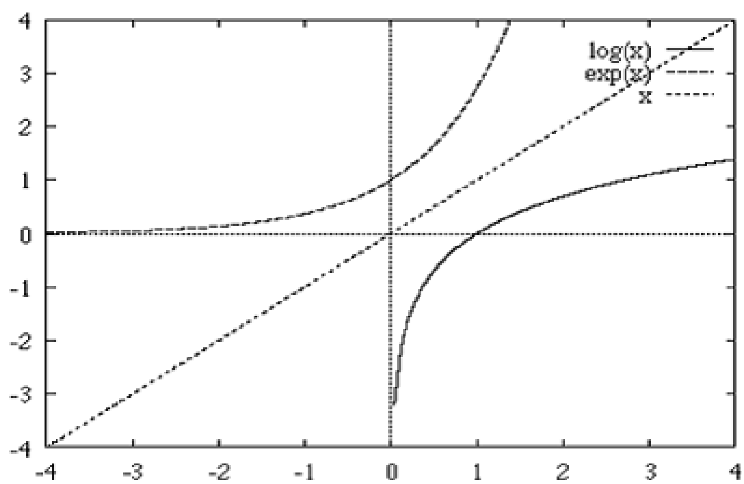

図 2.1: 関数 $F(p)$ のグラフ

$y = \log x$ というもののグラフを見てみると，x が 0 から 1 の範囲で y は無限に小さくなっていく．この性質から，$F(p)$ を

$$-\log p$$

と表すことにし，p は確率を表しているので

$$F(p) = -\log p (0 \leq p \leq 1)$$

とする。このようにして，人の驚きや興味というものを定量化した．これらを卓球の試合に反映させれば，勝敗の行方を決める要因を p として捉え，$F(p)$ を驚きや興味の値として卓球を観る際の勝敗の行方による驚きや興味を定量化できるはずである．ただ，対戦型スポーツである卓球の試合結果は，自分が勝ち相手が負けるかその逆の 2 通りに必ずなってしまう．卓球を観る際の勝敗の行方による驚きや興味を考えるならば，確率で分けられた 2 通りの驚きや興味が存在することになり，それを考慮する意味で期待値をとることにする．

すべてを踏まえ，総括的に卓球を観る際の勝敗の行方による驚きや興味の定量化ということを定義すると，2 人のプレーヤーが試合をするとき，一方が勝つ確率を p，他方が勝つ確率を $1-p$ とおくと，試合結果に対する興味を

$$\begin{aligned} I(p) &= pF(p) + (1-p)F(1-p) \\ &= -p\log p - (1-p)\log(1-p) \end{aligned}$$

と表すことができ，これを独自に興味量」と呼ぶことにする．これをあらゆる条件下で比較することで，卓球の試合において観る人にとっての興味深さについて迫っていく．

私が考えるこの「興味量」という尺度は，情報理論の不確実性の分野における情報量とエントロピーを活用したものとも言い換えられ，念のため紹介しておく．$A = \{a_1, a_2, \cdots, a_k\}$ という集合を考えたときに，$a_1, a_2, \cdots, a_k$ の起こる確率が平等でなく，$P(a_1) = p_1, P(a_2) = p_2, \cdots, P(a_k) = p_k$ である場合は，確率により予測が可能であるから不確実性はその分減り結果を知ることの情報量も少ない．

たとえば，郵便番号は子番号を考えなければ，001 から 999 まで L=999 通りある．郵便番号も住所もされていない郵便物は，この 999 通りのどれかに属するがどれかはわからなく 999 は不確実さを表している．これは記入前であるが記入後は様相は変わる．099 としっかり記入されていれば 1 通りに特定され，不確実さは 999 分の 1 になり，記入したことの情報は L=999 という数字で代表される．実際，$a_1 = 0.999$ ならば不確実はほぼ 0 で a_1 が万が一起こっても誰も情報を得たと感じない．

エントロピーとは，その情報源がどれだけ情報を出しているかを測る尺度で，物理学でも頻繁にエントロピーという言葉が出現するが，その意味は乱雑さ，不規則さ，不確実さなどといった概念を指す．情報理論の場合もまったく同じ概念を指しており，その情報が不規則であればあるほど，平均として多くの情報を運んでいることを意味する．

アルファベット A, B がランダムに出力されているとする．このようにアルファベットが過去に依存しないで，独立に出力される情報源を無記憶情報源と呼ぶ．それぞれの確率を a_1, a_2 とする．A が出力されたことを知り $-\log_2 a_1$ ビットの情報を得る．B ならば $-\log_2 a_2$ ビット．この 2 通りの情報量をそれぞれ確率で得るから，これによる加重平均をとると $-a_1 \log_2 a_1 - a_2 \log_2 a_2$ ビットの情報を得ることになり，これが 2 種類のアルファ

ベットの場合のエントロピーとなる．エントロピーは平均情報量とも言われており，グラフをプロットすると図 2.2 のようになる．

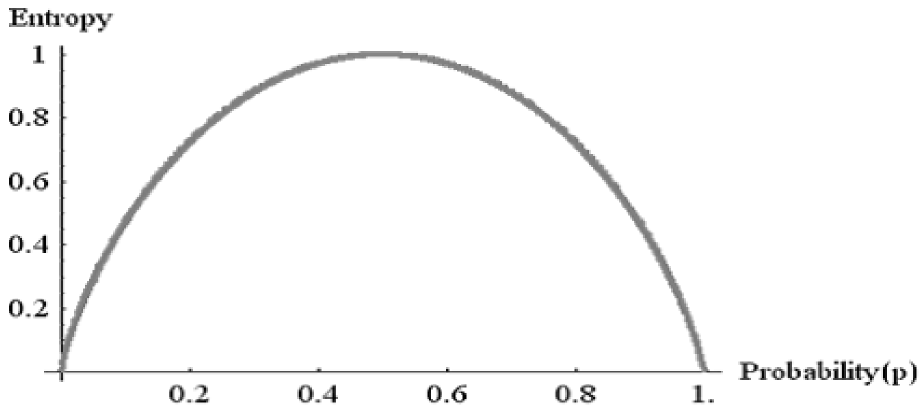

図 2.2: エントロピー

2.2 検証 (1)：デュースがない場合

ここからは実際に卓球の試合の流れの中で，定義した「興味量」の変化について追っていき，卓球の試合において観る人にとっての興味深さを考えることにする．

今，たとえば，2 ポイント先にとったほうの勝ちになる試合を考える．A, B の 2 選手が試合をするものとし，ある 1 ポイントを A が取る確率を m, B が取る確率を $1-m$ と仮定する．

このとき A が試合に勝つ確率は

$$\begin{aligned} p &= m^2 + 2m^2(1-m) \\ &= m^2(3-2m) \end{aligned}$$

B が試合に勝つ確率は

$$\begin{aligned} q &= (1-m)^2 + 2m(1-m)^2 \\ &= (1+2m)(1-m)^2 \end{aligned}$$

となる．

次に第 1 ポイント終了時，それを A が取っていればその時点での A が試合に勝つ確率は

$$\begin{aligned} p_1 &= m + m(1-m) \\ &= m(2-m) \end{aligned}$$

B が試合に勝つ確率は

$$q_1 = (1-m)^2$$

となる．また，B が第 1 ポイントを取っていればその時点での A が試合に勝つ確率は

$$p_2 = m^2$$

B が試合に勝つ確率は

$$\begin{aligned} q_2 &= (1-m) + m(1-m) \\ &= 1-m^2 \end{aligned}$$

となる．

そして，第 2 ポイント終了時，今回は試合自体が終了しているか，ポイントカウント 1 対 1 でならんでいるかの 2 つの場合がある．後者のとき，A が試合に勝つ確率は

$$p_3 = m$$

B が試合に勝つ確率は

$$p_3 = 1-m$$

となる．これらを基に m と試合経過を変化させ「興味量」を求めていく．

$m=1.0$ のとき，すなわち互いに完全な実力差があると仮定したとき，試合開始時点での試合結果に対する「興味量」I は

$$\begin{aligned} p &= 1.0(3-2\cdot 1.0) \\ &= 1.0 \\ q &= (0+2\cdot 0)(1-0)^2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} I &= -\log_2 1.0 \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

となる．第 1, 2 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I も同様にゼロとなる．これは如何なるときも A がポイントを取るため，一般的に，観ている人はこの試合に関して驚かないし興味が湧かずつまらなく感じることの裏付けである．

$m=0.1$ のとき試合開始時点での試合結果に対する「興味量」I は

$$\begin{aligned} p &= 0.01(3-0.2) = 0.028 \\ q &= (1+2\cdot 0.1)(1-0.1)^2 \\ &= 0.972 \end{aligned}$$

より

$$I = -0.028\log_2 0.028 - 0.972\log_2 0.972 = 0.184 \tag{2.2}$$

　第 1 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I は，第 1 ポイントを A 取っていたならば

$$\begin{aligned} p_1 &= 0.1 \cdot 1.9 \\ &= 0.19 \\ q_1 &= 0.9^2 \\ &= 0.81 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} I_1 &= -0.19\log_2 0.19 - 0.81\log ?_2 0.81 \\ &= 0.701 \end{aligned}$$

第 1 ポイントを B が取っていたならば

$$\begin{aligned} p_2 &= 0.1^2 \\ &= 0.01 \\ q_2 &= 1 - 0.01 \\ &= 0.99 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} I_2 &= -0.01\log_2 0.01 - 0.99\log_2 0.99 \\ &= 0.081 \end{aligned}$$

よって，第 1 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I の期待値は

$$\begin{aligned} I &= 0.1 \cdot 0.701 + 0.9 \cdot 0.081 \\ &= 0.143 \end{aligned} \tag{2.3}$$

　第 2 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I は，試合が終了している場合はゼロ．ポイントカウント 1 対 1 の場合は

$$\begin{aligned} I &= -0.1\log_2 0.1 - 0.9\log_2 0.9 \\ &= 0.469 \end{aligned}$$

よって，第 2 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I の期待値は

$$(0.01 + 0.81) \cdot +0.18 \cdot 0.469 = 0.0842 \tag{2.4}$$

となる．

$m = 0.3$ のとき試合開始時点での試合結果に対する「興味量」I は

$$\begin{aligned} p &= 0.09(3-0.6) \\ &= 0.216 \\ q &= (1+0.6)(1-0.3)^2 \\ &= 0.784 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} I &= -0.216\log_2 0.216 - 0.784\log_2 0.784 \\ &= 0.753 \end{aligned} \tag{2.5}$$

第 1 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I は，第 1 ポイントを A が取っていたならば

$$\begin{aligned} p_1 &= 0.3\cdot 1.7 \\ &= 0.51 \\ q_1 &= (1-0.3)^2 \\ &= 0.49 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} I_1 &= -0.51\log_2 0.51 - 0.49\log_2 0.49 \\ &= 0.997 \end{aligned}$$

第 1 ポイントを B が取っていたならば

$$\begin{aligned} p_2 &= 0.3^2 \\ &= 0.09 \\ q_2 &= 1-0.09 \\ &= 0.91 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} I_2 &= -0.09\log_2 0.09 - 0.91\log_2 0.91 \\ &= 0.436 \end{aligned}$$

よって，第 1 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I の期待値は

$$\begin{aligned} I &= 0.3\cdot 0.997 + 0.7\cdot 0.436 \\ &= 0.604 \end{aligned} \tag{2.6}$$

第 2 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I は，試合が終了している場合はゼロ．ポイントカウント 1 対 1 の場合は

$$\begin{aligned} I &= -0.3\log_2 0.3 - 0.7\log_2 0.7 \\ &= 0.881 \end{aligned}$$

よって，第 2 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I の期待値は

$$(0.09 + 0.49)\cdot 0 + 0.42\cdot 0.881 = 0.371 \tag{2.7}$$

となる．

$m = 0.5$ のとき，すなわち互いの実力が完全に均衡していると仮定したとき，試合開始時点での試合結果に対する「興味量」I は

$$\begin{aligned} p &= 0.5^2(3 - 2\cdot 0.5) \\ &= 0.5 \\ q &= (1 + 2\cdot 0.5)(1 - 0.5)^2 \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} I &= -\log_2 0.5 \\ &= 1 \end{aligned} \tag{2.8}$$

第 1 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I は，第 1 ポイントを A が取っていたならば

$$\begin{aligned} p_1 &= 0.5(2 - 0.5) \\ &= 0.75 \\ q_1 &= (1 - 0.5)^2 \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} I_1 &= -0.75\log_2 0.75 - 0.25\log_2 0.25 \\ &= 0.811 \end{aligned}$$

第 1 ポイントを B が取っていたならば

$$\begin{aligned} p_2 &= 0.5^2 \\ &= 0.25 \\ q_2 &= 1 - 0.5^2 \\ &= 0.75 \end{aligned}$$

より

$$
\begin{aligned}
I_1 &= -0.75\log_2 0.75 - 0.25\log_2 0.25 \\
&= 0.811
\end{aligned}
$$

よって，第 1 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I の期待値は

$$
\begin{aligned}
I &= 0.5\cdot 0.811 + 0.5\cdot 0.811 \\
&= 0.811 \qquad (2.9)
\end{aligned}
$$

第 2 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I は，試合が終了している場合はゼロ．ポイントカウント 1 対 1 の場合は，

$$
\begin{aligned}
I &= -\log_2 0.5 \\
&= 1
\end{aligned}
$$

よって，第 2 ポイント終了時点での試合結果に対する「興味量」I の期待値は

$$
0.5\cdot 0 + 0.5\cdot 1 = 0.5 \qquad (2.10)
$$

となる．

検証 (1) の簡単な考察としては

- m の値が 0.5 に近いほど「興味量」は増し，1.0 もしくは 0 に近いほど減っていく
- 試合が経過するほど「興味量」は減っていく

となる．

2.3 検証 (2)：デュースがある場合

つぎに，卓球の試合のルールの中のデュースというものがあるが，デュースは試合中のそれまでのポイントの数え方と言ってみればちがう特殊な状態であると言える．これが有るのと無いので「興味量」はどうなるのかを考えることにする．

たとえば今，4 ポイント先取の試合を A, B がするとして (3 対 3 でデュース突入)，ある 1 ポイントを A が取る確率を a, B が取る確率を b として行う．

このとき A が試合に勝つ確率を考えたとき，デュースになった場合にどのように決着がつくかが問題となる．デュースの後は 2 ポイント連取したほうが勝ちであるということは，A がデュースゲームを取る確率は a^2 で，B がデュースゲームをとる確率は b^2 となる．そして，デュース・アゲインは $1-a^2-b^2$ となる．デュースアゲインの後からは理論的には無限に続く可能性もあり，これが無限に繰り広げられる可能性を考慮すると，A が試合に勝つ確率は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
& a^4 + 4a^4b + 10a^4b^2 + 20a^5b^3\{1 + \sum (1-a^2-b^2)^n\} \\
= \; & a^4 + 4a^4b + 10a^4b^2 + 20a^5b^3\{1 + (1-a^2-b^2/a^2+b^2)\}
\end{aligned}
$$

B が試合に勝つ確率は A のときと同様で文字を入れ替えれば求められる．そして，同じく 4 ポイント先取の試合を A, B がする (3 対 3 でデュースは無いとする) とき，A が試合に勝つ確率は

$$a^4 + 4a^4b + 20a^4b^2 + 20a^4b^3$$

B が試合に勝つ確率も文字を入れ替えれば同様に求められる．

では，実際に A,B それぞれ，ある 1 ポイントをとる確率 a, b を

$$\begin{aligned} a &= 0.6 \\ b &= 0.4 \end{aligned}$$

と仮定し，計算してみることにする．デュース有りのとき A がこの試合に勝つ確率は

$$\begin{aligned} 0.6^4 &+ 4 \cdot 0.6^4 \cdot 0.4 + 10 \cdot 0.6^4 \cdot 0.4^2 \\ &+ 20 \cdot 0.6^5 \cdot 0.4^3 \{1 + (1 - 0.6^2 - 0.4^2 / 0.6^2 + 0.4^2)\} \\ &= 0.7357 \end{aligned}$$

そしてデュース無しのときは

$$\begin{aligned} 0.6^4 &+ 4 \cdot 0.6^4 \cdot 0.4 + 10 \cdot 0.6^4 \cdot 0.4^2 + 20 \cdot 0.6^4 \cdot 0.4^3 \\ &= 0.7102 \end{aligned}$$

となり，デュースはある 1 ポイントを取る可能性の高い A に有利に働いていることがわかる．

したがって，試合開始時点での試合結果に対する「興味量」I は，デュース有りの場合を I_d，無しの場合を I_{nd} と表記すると，それぞれ

$$\begin{aligned} I_d &= -0.7537 \log_2 0.7537 - 0.2463 \log_2 0.2463 \\ &= 0.8054 \qquad (2.11) \\ I_{nd} &= -0.7102 \log_2 0.7102 - 0.2898 \log_2 0.2898 \\ &= 0.8685 \qquad (2.12) \end{aligned}$$

となる．

同様に A, B それぞれある 1 ポイントをとる確率 a, b を

$$\begin{aligned} a &= 0.7 \\ b &= 0.3 \end{aligned}$$

と仮定し，計算してみるとデュース有りのとき A がこの試合に勝つ確率は

$$\begin{aligned} 0.7^4 &+ 4 \cdot 0.7^4 \cdot 0.3 + 10 \cdot 0.7^4 \cdot 0.3^2 \\ &+ 20 \cdot 0.7^5 \cdot 0.3^3 \{1 + (1 - 0.7^2 - 0.3^2 / 0.7^2 + 0.3^2)\} \\ &= 0.901 \end{aligned}$$

そしてデュース無しのときは

$$
\begin{aligned}
0.7^4 &+ 4 \cdot 0.7^4 \cdot 0.3 + 10 \cdot 0.7^4 \cdot 0.3^2 + 20 \cdot 0.7^4 \cdot 0.3^3 \\
&= 0.874
\end{aligned}
$$

となり，デュースはある1ポイントを取る可能性の高いAに有利に働いていることがわかる．したがって，試合開始時点での試合結果に対する「興味量」I_d, I_{nd} はそれぞれ

$$
\begin{aligned}
I_d &= -0.901 \log_2 0.901 - 0.099 \log_2 0.099 \\
&= 0.466 \qquad (2.13) \\
I_{nd} &= -0.874 \log_2 0.874 - 0.126 \log_2 0.126 \\
&= 0.546 \qquad (2.14)
\end{aligned}
$$

となる．

同様にA, Bそれぞれ，ある1ポイントをとる確率 a, b を

$$
\begin{aligned}
a &= 0.8 \\
b &= 0.2
\end{aligned}
$$

と仮定し，計算してみるとデュース有りのときAがこの試合に勝つ確率は

$$
\begin{aligned}
0.8^4 &+ 4 \cdot 0.8^4 \cdot 0.2 + 10 \cdot 0.8^4 \cdot 0.2^2 \\
&+ 20 \cdot 0.8^5 \cdot 0.2^3 \{1 + (1 - 0.8^2 - 0.2^2 / 0.8^2 + 0.2^2)\} \\
&= 0.978
\end{aligned}
$$

そしてデュース無しのときは

$$
\begin{aligned}
0.8^4 &+ 4 \cdot 0.8^4 \cdot 0.2 + 10 \cdot 0.8^4 \cdot 0.2^2 + 20 \cdot 0.8^4 \cdot 0.2^3 \\
&= 0.967
\end{aligned}
$$

となり，デュースはある1ポイントを取る可能性の高いAに有利に働いていることがわかる．したがって，試合開始時点での試合結果に対する「興味量」I_d, I_{nd} はそれぞれ

$$
\begin{aligned}
I_d &= -0.978 \log_2 0.978 - 0.022 log_2 0.022 \\
&= 0.152 \qquad (2.15) \\
I_{nd} &= -0.967 \log_2 0.967 - 0.033 \log_2 0.033 \\
&= 0.209 \qquad (2.16)
\end{aligned}
$$

となる．

同様にA, Bそれぞれ，ある1ポイントをとる確率 a, b を

$$
\begin{aligned}
a &= 0.9 \\
b &= 0.1
\end{aligned}
$$

と仮定し，計算してみると，デュース有りのとき A がこの試合に勝つ確率は

$$\begin{aligned} 0.9^4 &+ 4\cdot 0.9^4\cdot 0.1+10\cdot 0.9^4\cdot 0.1^2 \\ &+ 20\cdot 0.9^5\cdot 0.1^3\{1+(1-0.9^2-0.1^2/0.9^2+0.1^2 2)\} \\ &= 0.999 \end{aligned}$$

そしてデュース無しのときは

$$\begin{aligned} 0.9^4 &+ 4\cdot 0.9^4\cdot 0.1+10\cdot 0.9^4\cdot 0.1^2+20\cdot 0.9^4\cdot 0.1^3 \\ &= 0.997 \end{aligned}$$

となり，デュースはある 1 ポイントを取る可能性の高い A に有利に働いていることがわかる．したがって，試合開始時点での試合結果に対する「興味量」I_d, I_{nd} はそれぞれ

$$\begin{aligned} I_d &= -0.999\log_2 0.999-0.001\log_2 0.001 \\ &= 0.011 \qquad (2.17) \\ I_{nd} &= -0.997\log_2 0.997-0.003\log_2 0.003 \\ &= 0.029 \qquad (2.18) \end{aligned}$$

となる．

結果を表 2.1 に整理しておく．

表 2.1: 試合開始時点での興味量

	デュース有り	デュース無し
$m=0.6$	0.806	0.869
$m=0.7$	0.466	0.546
$m=0.8$	0.152	0.209
$m=0.9$	0.011	0.029

第3章　結論

3.1　検証の総括

分析 (1) において，実際に卓球の試合の流れの中で，定義した「興味量」の変化について追っていき，卓球の試合において観る人にとっての興味深さを考えるという検証から見えてきた点は，まず，当たり前のことではあるが，$m = 1.0$ のときの「興味度」はいつでもゼロということだ．試合開始時点であろうが途中であろうがAがポイントを積み重ねることは容易に予想でき，試合を観ている人は何の驚きや興味も覚えないということの裏付けと言える点.

そして，対照的に $m = 0.5$ とき，試合の経過とともに多少減少するものの，試合開始時点では「興味量」が 1.0 という数値を示していて，これが他の m の値での「興味量」との比較から最大値であることから A, B の実力がより均衡していれば，観ている人は試合の行方が予想し難く，勝敗の行方による驚きや興味がより大きくなることの裏付けと言える点.

それから，3 つの試合経過に分けて，その時点での勝敗の行方による驚きや興味を「興味量」として数値で表し，たとえば，$m = 0.3$ と $m = 0.5$ のとき試合開始時点での試合結果に対する「興味量」と比較してみた場合，$m = 0.3$ のとき試合開始時点での試合への興味は，$m = 0.5$ のとき試合開始時点での試合への興味の 75.3 パーセント程度であるといったようなことがわかるようになった点や各試合の経過と共に各試合の「興味量」は減少し，観ている人の興味はだんだん薄れていくことがわかった点.

さらに，分析 (2) における，デュースが有るのと無いので「興味量」はどうなるのかという検証から見えてきた点は，ある 1 ポイントを A が取る確率，B が取る確率をそれぞれ，ある 0 から 1 の数で仮においたとし，A と B の 2 選手が試合を行った場合、試合のルールにデュースを取り入れるより、取り入れないほうが試合開始時点での試合結果に対する「興味量」が高くなり，試合開始時点での観ている人の試合への興味はより高くなるという点である.

3.2　今後の課題

スポーツの楽しみ方として観る楽しみは大きく，やはり勝敗についての関心にあると言ってよい．今回そこを数学的に扱い試合の進行に伴う変化を「興味量」を使い試合への興味に関してうまく探れたのではないかと思う．今後の課題としては，竹内 (1975) は，ス

ポーツは，プレーヤー個人の技術や対戦相手との駆け引きなどといったような，数学的定式化がむずかしい部分が試合の勝敗にかかわっていることが明白だ．と言っていることから，ゲーム理論などで違ったアプローチの仕方をすることにより，卓球をはじめとするスポーツを分析する必要があることや試合の進行に伴う「興味量」の減少率など，もっと細かな分析が必要であることだろう．

文 献

竹内啓，1975,『オペレーションズリサーチ』共立出版.
竹田茂夫，2004,『ゲーム理論を読みとく』ちくま新書.
http://www.yobology.info/text/entropy/entropy.htm